



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN  
LICENCIATURA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL



<b>PROGRAMA DE LA ASIGNATURA DE:</b>					
Cálculo Vectorial					
<b>IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA</b>					
<b>MODALIDAD:</b>	Curso				
<b>TIPO DE ASIGNATURA:</b>	Teórico – Práctica				
<b>SEMESTRE EN QUE SE IMPARTE:</b>	Segundo				
<b>CARÁCTER DE LA ASIGNATURA:</b>	Obligatoria				
<b>NÚMERO DE CRÉDITOS:</b>	8				
<b>HORAS DE CLASE A LA SEMANA:</b>	5	<b>Teóricas:</b> 3	<b>Prácticas:</b> 2	<b>Semana s de clase:</b> 16	<b>TOTAL DE HORAS:</b> 80
<b>SERIACIÓN OBLIGATORIA ANTECEDENTE:</b>	Cálculo Diferencial e Integral				
<b>SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE:</b>	Electricidad y Magnetismo				

**OBJETIVO GENERAL**

Al finalizar el curso el alumno aprenderá a formular el modelo matemático de un fenómeno físico o geométrico, modelable por una función vectorial de variable vectorial, y será capaz de analizar sus variaciones, optimarla o integrarla.

<b>ÍNDICE TEMÁTICO</b>			
<b>UNIDAD</b>	<b>TEMAS</b>	<b>Horas Teóricas</b>	<b>Horas Prácticas</b>
1	Derivación y Diferenciación de Funciones Escalares de Dos o más Variables	10	10
2	Máximos y Mínimos para Funciones de Dos Variables	8	2
3	Funciones Vectoriales	10	10
4	Integrales de Línea	10	3
5	Integrales Múltiples	10	7
	Total de Horas	48	32
	Suma Total de las Horas	80	

## CONTENIDO TEMÁTICO

---

### 1. DERIVACIÓN Y DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES ESCALARES DE DOS O MÁS VARIABLES

- 1.1. Definición y ejemplificación de funciones escalares  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .
  - 1.1.1. Representación geométrica de funciones escalares de dos y tres variables.
  - 1.1.2. Conceptos de región y entorno.
- 1.2. Concepto de límite y continuidad de funciones escalares  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Cálculo de límites dobles.
- 1.3. Definición de derivada parcial.
  - 1.3.1. Interpretación geométrica para el caso de dos variables.
  - 1.3.2. Interpretaciones físicas.
  - 1.3.3. Condiciones de derivabilidad.
- 1.4. Concepto de derivadas parciales sucesivas.
  - 1.4.1. Exposición del teorema de Schwarz.
- 1.5. Definición de funciones diferenciables.
  - 1.5.1. Concepto de diferencial total.
  - 1.5.2. Comparación entre la diferencial y el incremento de una función.
- 1.6. Concepto de función de función.
  - 1.6.1. Regla de la cadena y diferencial total de la función de función.
  - 1.6.2. Representación matricial.
  - 1.6.3. Derivada total.
- 1.7. Concepto de función implícita.
  - 1.7.1. Exposición del teorema de existencia y unicidad.
  - 1.7.2. Definición de Jacobiano.
  - 1.7.3. Obtención de las derivadas de la función implícita.
  - 1.7.4. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.
  - 1.7.5. Conceptos de derivada direccional, gradiente, su representación  $\nabla f$  y sus interpretaciones geométricas.

### 2. MÁXIMOS Y MÍNIMOS PARA FUNCIONES DE DOS VARIABLES

- 2.1. Definición de máximos y mínimos relativos de funciones con dos variables.
  - 2.1.1. Elementos de análisis numérico para el cálculo de máximos y mínimos relativos con computadora.
- 2.2. Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea máximo o mínimo relativo.
  - 2.2.1. Concepto de punto crítico.
  - 2.2.2. Concepto de punto silla.
- 2.3. Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos variables.
  - 2.3.1. Conceptos de matriz y determinante hessianos.
- 2.4. Formulación del problema de máximos y mínimos con restricciones.
  - 2.4.1. Concepto de función objetivo y restricciones.

- 2.4.2. Establecimiento de la ecuación de Lagrange.
- 2.4.3. Solución de problemas de máximos y mínimos con restricciones.
- 2.4.4. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

### 3. FUNCIONES VECTORIALES

- 3.1. Definición de funciones vectoriales  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Ejemplos físicos y geométricos de funciones vectoriales.
- 3.2. Concepto de límite y continuidad de las funciones vectoriales.
  - 3.2.1. Cálculo de límites de funciones vectoriales.
- 3.3. Análisis de funciones vectoriales  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  y su representación geométrica.
  - 3.3.1. Relación entre las ecuaciones paramétrica y la ecuación vectorial.
  - 3.3.2. Relación entre las ecuaciones vectoriales y las ecuaciones cartesianas.
- 3.4. Definición, interpretación geométrica y cálculo de derivada ordinaria de funciones vectoriales.
  - 3.4.1. Enunciado de fórmulas especiales de derivación  $n$  de laplaciano.
  - 3.4.2. Obtención del gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano en coordenadas curvilíneas ortogonales.
- 3.5. Análisis de curvas usando la longitud de arco como parámetro.
  - 3.5.1. Deducción del triedro móvil y de las fórmulas de Frenet-Serret.
  - 3.5.2. Aplicaciones a la mecánica.
- 3.6. Análisis de funciones vectoriales.
  - 3.6.1. Relación entre la ecuación cartesiana y la ecuación vectorial de una superficie.
  - 3.6.2. Ecuaciones vectoriales de superficies cuadradas.
- 3.7. Definición de derivada parcial de una función vectorial  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Interpretación geométrica en el caso de superficies.
  - 3.7.1. Definición e interpretación de puntos singulares.
  - 3.7.2. Diferencial de función vectorial.
- 3.8. Concepto de coordenadas curvilíneas.
  - 3.8.1. Concepto de ecuaciones de transformación.
  - 3.8.2. Concepto de Jacobiano.
  - 3.8.3. Definición e interpretación de los puntos singulares.
  - 3.8.4. Estudio de los vectores unitarios, de los factores de escala y de la diferencial  $\overline{dr}$ .
  - 3.8.5. Análisis de coordenadas curvilíneas más usuales.
- 3.9. Concepto de campos vectoriales.
  - 3.9.1. Estudio de las funciones  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ,  $n \approx 2,3$ . Análisis de la derivada direccional de una función vectorial.
  - 3.9.2. Obtención del gradiente de una función vectorial.
- 3.10. Definición del operador  $\vec{\nabla}$ , el operador  $\vec{\nabla}$  aplicando funciones escalares y vectoriales.

- 3.10.1. Definición de divergencia, rotacional, laplaciano y sus interpretaciones físicas.
- 3.10.2. Concepto de campo y rotacional y campo solenoidal.
- 3.10.3. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

#### 4. INTEGRALES DE LÍNEA

- 4.1. Integración de funciones vectoriales  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ ; aplicaciones a la mecánica.
- 4.2. Definición y propiedades de la integral de línea.
  - 4.2.1. Conceptos de: integral cerrada y circulación positiva.
  - 4.2.2. Aplicaciones de la integral de línea a la mecánica.
  - 4.2.3. Cálculo de integrales de línea mediante parametrización; independencia de la parametrización.
- 4.3. La integral  $\int_c \vec{F} \cdot \vec{T} ds$  como modelo matemático del trabajo.
  - 4.3.1. La integral de línea  $\int_c \vec{F} \cdot \vec{T} ds$  y sus representaciones vectorial, paramétrica y diferencial.
  - 4.3.2. Análisis de la independencia de la trayectoria.
  - 4.3.3. Conceptos físicos y matemáticos de campo conservativo.
  - 4.3.4. Concepto de función potencial.
  - 4.3.5. Definición e integración de la diferencial exacta.
  - 4.3.6. Aplicación al cálculo de la energía cinética y de la energía potencial.
  - 4.3.7. Relación entre la independencia de la trayectoria, la diferencial exacta y el campo conservativo.
- 4.4. Cálculo de la integral de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.
- 4.5. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

#### 5. INTEGRALES MÚLTIPLES

- 5.1. Definición e interpretación geométrica de la integral doble.
  - 5.1.1. Análisis de la integrabilidad de funciones continuas.
  - 5.1.2. Condición suficiente para que una función  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , sea integrable.
- 5.2. Concepto de integral reiterada en una región rectangular.
  - 5.2.1. Cálculo de la integral doble mediante la reiterada.
  - 5.2.2. Concepto y representación analítica apropiada de regiones normal y regular.
  - 5.2.3. Cálculo de integrales dobles a través de reiteradas, en regiones regulares.
- 5.3. Enunciado y demostración del teorema de Green.
  - 5.3.1. Aplicaciones a la mecánica y a la geometría.
  - 5.3.2. Aplicaciones al cambio de coordenadas en una integral doble.
  - 5.3.3. Mapeo de regiones regulares a sistemas de coordenadas curvilíneas.

- 5.3.4. Cálculo de integrales dobles en coordenadas curvilíneas.
- 5.4. Cálculo del área de una superficie alabeada en coordenadas cartesianas.
  - 5.4.1. Cálculo del área de una superficie alabeada dada por sus ecuaciones paramétrica.
- 5.5. Concepto de integral de superficie.
  - 5.5.1. La integral  $\iint_S \vec{v} \cdot \vec{n} \, ds$  y aplicaciones.
  - 5.5.2. Enunciados e interpretación de los teoremas de Stokes y Gauss.
- 5.6. Generalización del concepto de integral múltiple.
  - 5.6.1. Concepto de integración física de la integral triple.
- 5.7. Concepto de integral reiterada en tres dimensiones.
  - 5.7.1. Representación analítica apropiada de regiones regulares en tres dimensiones.
  - 5.7.2. Cálculo de la integral triple mediante la reiterada en regiones regulares.
  - 5.7.3. Cambio de coordenadas en la integral triple.
  - 5.7.4. Cálculo de integrales triples en coordenadas curvilíneas.
  - 5.7.5. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

## **ACTIVIDADES PRÁCTICAS**

Las prácticas se llevarán a cabo a través de software (actualizado) especializado de matemáticas.

## BIBLIOGRAFÍA

---

### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Colomé, Pablo García, *Cálculo Vectorial y Aplicaciones*, México, Editorial Iberoamérica, 2003.
- Finney, Thomas, *Cálculo de varias Variables*, 11ª Ed. México, Editorial Pearson Educación, 2006.
- L. Saturnino y Hille, Einar, *Calculo de varias variables, Tomo II*. 4ª Ed., Editorial Reverté, 2002.
- Larson, Ronal E., Hostetler, Robert P. y Edwards, Bruce H. *Cálculo de Varias Variables*. Vol. 2, 8ª Ed., México, Editorial Mc Graw Hill, 2006.
- Larson Ron, Edwards Bruce H., Hostetler, Robert P., *Cálculo II*. 8ª Ed. México, Editorial Mc Graw Hill, 2006.
- Marsden, Jerrold E. y Tromba, Anthony J., *Cálculo Vectorial*. 5ª Ed., México, Editorial Pearson Educación, 2004.

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA.

- William G. McCalum, *Cálculo de Varias Variables*, 2ª Ed., México Editorial Wiley, 2004.
- K. Edwin, *Matemáticas Avanzadas para ingeniería*, 3ª Ed., México, Editorial Limusa, 2004.
- Smith Robert T., *Cálculo tomo II*, México, Editorial Mc Graw Hill, 2001.

### SITIOS WEB RECOMENDADOS

- <http://www.dgbiblio.unam.mx> (librunam, tesunam, bases de datos digitales)
- <http://www.copernic.com>
- <http://www.maplesoft.com>
- <http://www.nuclecu.unam.mx/~unamaple/>
- <http://www.tecnun.es/asignaturas/Informat1/ayudainf/aprendainf/Maple95/maple95.pdf>

## SUGERENCIAS DIDÁCTICAS RECOMENDADAS PARA IMPARTIR LA ASIGNATURA

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS	UTILIZACIÓN EN EL CURSO
Exposición oral	✓
Exposición audiovisual	✓
Ejercicios dentro de clase	✓
Ejercicios fuera del aula	✓
Lecturas obligatorias	✓
Trabajo de investigación	✓
Prácticas de taller	✓
Prácticas de campo	
Otras: uso de software especializado	✓

## MECANISMOS DE EVALUACIÓN

ELEMENTOS UTILIZADOS PARA EVALUAR EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE	UTILIZACIÓN EN EL CURSO
Exámenes parciales	✓
Examen final	✓
Trabajos y tareas fuera del aula	✓
Participación en clase	✓
Asistencia	✓
Exposición de seminarios por los alumnos	

## PERFIL PROFESIOGRÁFICO REQUERIDO PARA IMPARTIR LA ASIGNATURA

LICENCIATUR A	POSGRADO	ÁREA INDISPENSABLE	ÁREA DESEABLE
Ingeniería Mecánica Eléctrica o, Matemáticas	Maestría en Ingeniería o, Maestría en Matemáticas	Físico Matemáticas	Ingeniería